

Modelový návrh ŠVP a rozložení výuky matematiky pro obory L5 – alespoň 6 hodin (týdenních)

Na základě Opatření č. 4 ministra školství z 22. června 2017 a Opatření ministra školství č. 7 z 21. prosince 2017 dochází ke změně počtu vyučovacích hodin a obsahu matematického vzdělávání v RVP L5. Matematické vzdělávání se prohlubuje a rozšiřuje tak, aby žáci získali po absolvování vzdělání podle RVP H (alespoň 4 týdenní hodiny) a podle RVP L5 (alespoň 6 hodin týdenních) matematické kompetence srovnatelné s kompetencemi v oborech M a L0 s povinnou maturitní zkouškou z matematiky (tj. s minimální hodinovou dotací matematiky alespoň 10 h), tedy i odpovídající požadavkům Katalogu matematika požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky pro matematiku, platnému od školního roku 2015/ 2016.

Naším cílem je pomoci školám a učitelům upravit si stávající ŠVP při zvýšeném počtu hodin matematiky. Dovolujeme si Vám proto předložit ukázkou, jak by mohl vypadat obsah a časový rozvrh matematického vzdělávání v těchto oborech. Upravené RVP je závazné, náš návrh je jednou z možností konstrukce ŠVP. Stejně jako dosud ho mohou škola a učitelé bez úprav převzít, mohou jej převzít a sled učiva a počty hodin upravit dle vlastních podmínek a požadavků odborného vzdělávání. Stejně jako dosud mohou vytvořit vlastní koncept ŠVP dle místních podmínek a požadavků odborného vzdělávání při dodržení RVP, zvláště při vyšším počtu hodin matematiky.

Návrh vychází z naší mnohaleté zkušenosti s výukou matematiky v různých oborech a představy, jak lze ve výuce matematiky využít možností, které nabízejí změny uvedené ve výše uvedených opatřeních ministra školství, mládeže a tělovýchovy. Přivítáme názory, připomínky i zkušenosti učitelů k tomuto návrhu, rádi je využijeme při přípravě dalších textů na podporu výuky matematiky na odborných školách. K tomu můžete využít Konzultační centrum (<http://www.nuv.cz/p/konzultační-centrum>).

Miroslav Bartošek, František Procházka, Miroslav Staněk

autoři návrhu

Komentář ke konstrukci návrhu ŠVP a rozložení výuky

1. Návrh vychází z RVP uvedeného v Opatření č. 4 ministra školství z 22. června 2017 a Opatření ministra školství č. 7 z 21. prosince 2017 a č. 5 z 21. prosince 2017 a ve spojení s RVP H (alespoň 4 týdenní hodiny matematiky) je v souladu s Katalogem matematika požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky pro matematiku (dále Katalog Matematika). Zajišťuje jeho splnění při alespoň 10 hodinách matematiky v ŠVP. Učivo označené symbolem * je nad rámec požadavků Katalogu, je možno jej vynechat a přiřazené hodiny využít např. k posílení hodinové dotace jiných tematických celků.
2. RVP pro obory L5 a tedy i ŠVP významně navazuje na RVP pro obory stupně vzdělání H s alespoň 4 týdenními hodinami výuky matematiky. Spolu s těmito RVP tvoří RVP L5 organický celek, který splňuje podmínku alespoň 10 týdenních hodin matematiky pro povinnou zkoušku z matematiky. RVP pro obory L5 není replikou RVP pro obory M, LO, ale společně s RVP pro obory H (a RVP ZV) pokrývají požadavky Katalogu Matematika. U témat, kde učivo navazuje na učivo RVP pro obory H, je třeba v úvodní části zopakovat, sjednotit a případně prohloubit znalosti žáků.
3. Vzhledem k věku a předchozímu vzdělávání žáků se při výuce významně uplatní metody vzdělávání dospělých. Upevňování a rozvoj výsledků učení podporuje využívání návaznosti na předchozí vzdělání v oboru H.
4. Tematické celky Posloupnosti a finanční matematika a Analytická geometrie jsou zařazeny ve 2. r., mají z hlediska výuky syntetický charakter, umožňují zařazovat žádoucí úlohy vyšší komplexnosti. Významně tak přispívají k systemizaci učiva a přípravě na maturitní zkoušku.
5. Vzhledem k významu, provázání s ostatními tematickými celky RVP L5 a předpokládaným rozdíly v úrovni vstupních znalostí žáků je do ŠVP zařazen samostatný tematický celek Stereometrie.
6. Matematika v odborném vzdělávání plní nejen úlohu všeobecně vzdělávací, ale i průpravnou pro odborné vzdělávání a výkon profese v praxi. Je třeba se zaměřit na upevnění učiva s ohledem na potřeby vzdělávání v odborných předmětech a praktickém životě. Toto zaměření má i motivující charakter pro žáky. Proto náš návrh v souladu s RVP klade důraz na řešení úloh z praxe a zejména z oboru vzdělání v míře vyšší než je obvyklé ve všeobecném vzdělávání. Vhodné úlohy lze nalézt ve specializovaných sbírkách úloh z matematiky, na Metodickém portálu RVP.CZ a v připravovaných materiálech NÚV.
7. Z hlediska didaktického je důležité věnovat pozornost rozboru řešení úloh a typických chyb, kterých se žáci dopouštějí a do rozboru zapojovat žáky. Proto je pro písemné práce (klauzurní, celohodinové, komplexní apod.) vyčleněn zvláštní čas včetně času na rozbor výsledků (opravu).
8. Náš návrh, stejně jako RVP, klade důraz na efektivní využívání digitálních technologií (kalkulátory, PC) a informačních zdrojů (MFCH tabulky, internet, publikace).
9. I pro dospělé žáky je významné a motivující prožít úspěch. Proto ve výuce je třeba volit didaktické přístupy, které umožní žákům prožít radost z úspěšného řešení úlohy.

10. Pokud to podmínky výuky dovolí, je vhodné zařazováním zábavných úloh a hříček s matematickým podtextem podporovat sebevědomí a zájem žáků o rozvoj jejich matematické gramotnosti.

Návrh rozložení výuky (celkem alespoň 192 hodin za celou dobu vzdělávání)

Doporučujeme:

- v 1. ročníku nejméně 4 hodiny na písemné práce a rozbor řešení (opravy)
- ve 2. ročníku nejméně 4 hodiny na písemné práce a rozbor řešení (opravy)
- ve 2. ročníku 5 hodin na maturitu na nečisto včetně rozboru řešení (žáci si vyzkouší způsoby zadání úloh, zvládnutí časového limitu apod.)
- zařadit 21 hodin na opakování a shrnutí učiva

Výsledky vzdělávání Žák	Učivo
1. Operace s čísly, číselné výrazy - 14 hodin	
- rozlišuje číselné obory (N, Z, Q, R) a v nich provádí aritmetické operace; - správně určí a používá při řešení úloh největší společný dělitel a nejmenší společný násobek; - počítá se zlomky a desetinnými čísly, využívá dělitelnost čísel; - používá různé zápisy reálného čísla; - porovnává reálná čísla, určí vztahy mezi reálnými čísly; - používá absolutní hodnotu a její geometrický význam; - zapíše a znázorní interval, provádí operace s intervaly (sjednocení, průnik); - řeší praktické úlohy na přímou a nepřímou úměru; - využívá trojčlenku při řešení úloh; - řeší praktické úlohy s využitím procentového počtu; - provádí operace s mocninami s racionálním exponentem a odmocninami; - užívá mocniny při úpravách výrazů z praxe (např. převody jednotek);	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - číselné obory (N, Z, Q, R) - absolutní hodnota reálného čísla - mocniny s exponentem racionálním - odmocniny - číselné výrazy - slovní úlohy

- rozlišuje přípustnost operací při násobení a dělení mocnin a při jejich sečítání a odčítání; - odhaduje a zaokrouhluje výsledky numerických výpočtů; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	
2. Algebraické výrazy - 8 hodin	
- určí definiční obor výrazu; - dosadí číselnou hodnotu do výrazu a vypočítá jeho hodnotu; - používá pojem člen, koeficient, stupeň členu, stupeň mnohočlenu; - provádí operace s mnohočleny, lomenými výrazy a výrazy obsahujícími mocniny a odmocniny; - provádí umocnění dvojčlenu pomocí vzorců; - rozkládá mnohočleny na součin; - sestaví výraz na základě zadání; - modeluje jednoduché reálné situace užitím výrazů, zejména ve vztahu k danému oboru vzdělání; - interpretuje výrazy s proměnnými, zejména ve vztahu k oboru vzdělání; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - algebraické výrazy - definiční obor algebraického výrazu - mnohočleny - lomené výrazy - výrazy s mocninami a odmocninami - slovní úlohy
3. Lineární funkce, lineární rovnice, nerovnice a jejich soustavy 10 hodin	
- používá funkci jako závislost dvou veličin; - sestaví tabulku a načrtne graf lineární funkce; - z grafu určí vlastnosti funkce včetně monotonie a extrémů; - objasní geometrický význam parametrů a, b v předpisu lineární funkce $y = a \cdot x + b$; - rozlišuje ekvivalentní a neekvivalentní úpravy rovnice a provede zkoušku; - určí definiční obor rovnice a nerovnice; - řeší lineární rovnice a nerovnice o jedné neznámé; - řeší soustavy lineárních nerovnic o jedné neznámé včetně grafického znázornění; - řeší soustavy lineárních rovnic; - vyjádří neznámou ze vzorce; - užije řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav k řešení reálných úloh;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - lineární rovnice a nerovnice a jejich soustavy - rovnice s neznámou ve jmenovateli - grafické řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav - vyjádření neznámé ze vzorce - slovní úlohy

- řeší soustavy rovnic sčítací, dosazovací a grafickou metodou; - řeší soustavy nerovnic s jednou neznámou; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	
4. Kvadratické funkce, kvadratické rovnice a nerovnice - 15 hodin	
- používá funkci jako závislost dvou veličin; - sestaví tabulku a načrtne graf kvadratické funkce; - z grafu určí vlastnosti funkce včetně monotonie a extrémů; - rozlišuje ekvivalentní a neekvivalentní úpravy rovnice a provede zkoušku; - určí definiční obor rovnice a nerovnice; - na základě reálného problému sestaví rovnici či nerovnici; - řeší kvadratické rovnice a nerovnice včetně grafického znázornění; - rozloží kvadratický trojčlen na součin; - užívá vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice; - sestaví rovnici s danými kořeny; - řeší iracionální rovnice*; - řeší rovnice s neznámou ve jmenovateli; - řeší rovnice v součinném a podílovém tvaru; - řeší nerovnice v součinném a podílovém tvaru; - užívá rovnic, nerovnic a jejich soustav k řešení reálných problémů, zejména ve vztahu k oboru vzdělání; - řeší slovní úlohy; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - kvadratická rovnice, diskriminant, řešitelnost v oboru reálných čísel - vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice - rozklady kvadratických trojčlenů - rovnice v součinném a podílovém tvaru - rovnice s neznámou ve jmenovateli - iracionální rovnice* - kvadratické nerovnice - slovní úlohy
5. Funkce - 17 hodin	
- rozlišuje jednotlivé druhy funkcí, načrtne jejich grafy a určí jejich vlastnosti včetně monotonie a extrémů; - převádí jednoduché reálné situace do matematických struktur, pracuje s matematickým modelem a výsledek vyhodnotí vzhledem k realitě; - aplikuje v úlohách poznatky o funkcích při úpravách výrazů a rovnic;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - funkce $y = x ^*$ - lineární lomená funkce - mocninné funkce* - exponenciální a logaritmická funkce - logaritmus a jeho užití - věty o logaritmech - úprava výrazů obsahujících funkce - exponenciální rovnice - logaritmické rovnice

- určí průsečíky grafu funkce s osami souřadnic - určí hodnoty proměnné pro dané funkční hodnoty; - přiřadí předpis funkce ke grafu a naopak; - sestrojí graf funkce dané předpisem pro zadané hodnoty; - určí předpis lineární lomené funkce na základě tabulky nebo souřadnic bodů grafu; - řeší reálné problémy s použitím uvedených funkcí, zejména ve vztahu k danému oboru vzdělání; - řeší jednoduché logaritmické rovnice; - řeší jednoduché exponenciální rovnice; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- slovní úlohy
6. Planimetrie - 8 hodin	
- řeší úlohy na polohové i metrické vlastnosti rovinných útvarů; - užije věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků v početních i konstrukčních úlohách; - užije Pythagorovu větu a Euklidovy věty při řešení úloh; - sestrojí jednoduché rovinné útvary s využitím zobrazení a množin bodů s danou vlastností; - využije shodnosti a podobnost při řešení praktických úloh; - graficky rozdělí úsečku v daném poměru; - graficky změní velikost úsečky v daném poměru; - rozlišuje základní druhy rovinných obrazců, určí jejich obvod a obsah; - aplikuje poznatky o obrazcích v praktických úlohách, zejména z oblasti oboru vzdělání; - využívá trigonometrii pravoúhlého trojúhelníku při řešení planimetrických úloh; - užívá jednotky délky a obsahu, provádí převody jednotek; - používá tradiční prostředky grafického vyjadřování; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - základní planimetrické pojmy, polohové a metrické vztahy mezi nimi - shodnost a podobnost trojúhelníků - Euklidovy věty - množiny bodů dané vlastnosti - konstrukce trojúhelníků - shodná zobrazení (souměrnost, posunutí, otočení) v rovině, jejich vlastnosti a jejich uplatnění - podobnost v rovině, vlastnosti a uplatnění - rovinné obrazce: kružnice a její části, kruh a jeho části, mnohoúhelníky, složené obrazce, konvexní a nekonvexní útvary - trojúhelník a čtyřúhelník (strana, vnitřní a vnější úhly, výšky, ortocentrum, těžnice, těžiště, střední příčky, kružnice opsaná a vepsaná) - obvody a obsahy rovinných útvarů, velikost úhlu v obloukové a stupňové míře, středový a obvodový úhel

7. Goniometrie a trigonometrie - 14 hodin	
- užívá pojmy: orientovaný úhel, velikost úhlu; - určí velikost úhlu ve stupních a v obloukové míře a převádí je; - znázorní goniometrické funkce v oboru reálných čísel; - určí definiční obor a obor hodnot goniometrických funkcí, určí jejich vlastnosti včetně monotonie a extrémů; - ze zadaných údajů určí velikost stran a úhlů v obecném trojúhelníku; - používá vlastností a vztahů goniometrických funkcí při řešení jednoduchých goniometrických rovnic; - používá vlastností a vztahů goniometrických funkcí k řešení vztahů v rovinných i prostorových útvarech; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - oblouková míra a orientovaný úhel - goniometrické funkce - základní vztahy mezi goniometrickými funkcemi - věta sinová a kosinová - řešení trojúhelníku - goniometrické rovnice - úprava jednoduchých výrazů obsahujících goniometrické funkce
8. Stereometrie - 6 hodin	
- určuje vzájemnou polohu dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, vzdálenost bodu od roviny; - charakterizuje tělesa: krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části; - určuje povrch a objem těles i s využitím funkčních vztahů a trigonometrie; - využívá síť tělesa při výpočtu povrchu a objemu tělesa; - aplikuje poznatky o tělesech v praktických úlohách, zejména z oblasti oboru vzdělání; - užívá jednotky délky, obsahu a objemu, provádí převody jednotek; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - základní polohové a metrické vlastnosti v prostoru - tělesa: krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části - složená tělesa
9. Kombinatorika - 10 hodin	
- řeší jednoduché kombinatorické úlohy úvahou (používá základní kombinatorická pravidla); - užívá vztahy pro počet variací, permutací a kombinací;	- faktoriál - variace, permutace a kombinace bez opakování, variace s opakováním - slovní úlohy

- počítá s faktoriály a kombinačními čísly; - užívá poznatků z kombinatoriky při řešení úloh v reálných situacích; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	
10. Pravděpodobnost v praktických úlohách - 10 hodin	
- užívá s porozuměním pojmy: náhodný pokus, výsledek náhodného pokusu, náhodný jev a jeho pravděpodobnost, opačný jev, nemožný jev, jistý jev, množina výsledků náhodného pokusu; - používá s porozuměním pojem nezávislost jevů; - určí pravděpodobnost náhodného jevu, využívá klasickou a statistickou definici pravděpodobnosti; - využívá kombinatorické postupy při výpočtu pravděpodobnosti; - používá pravidla pro operace s pravděpodobností; - řeší úkoly z praxe oboru pomocí pravděpodobnosti; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - náhodný pokus, výsledek náhodného pokusu, náhodný jev, opačný jev, nemožný jev, jistý jev - množina výsledků náhodného pokusu, - nezávislost jevů - výpočet pravděpodobnosti náhodného jevu - aplikační úlohy
11. Statistika v praktických úlohách - 10 hodin	
- užívá a vysvětlí pojmy: statistický soubor, rozsah souboru, statistická jednotka, statistický znak kvalitativní a kvantitativní, hodnota znaku; - vypočítá četnost a relativní četnost hodnoty znaku; - sestaví tabulku četností; - graficky znázorní rozdělení četností; - určí charakteristiky polohy (aritmetický průměr, medián, modus, percentil); - určí charakteristiky variability (rozptyl, směrodatná odchylka); - čte a vyhodnotí statistické údaje v tabulkách, diagramech a grafech; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	- opakování a prohloubení učiva z RVP H a RVP ZV - statistický soubor, četnost a relativní četnost - charakteristiky polohy - charakteristiky variability - statistická data v grafech a tabulkách - aplikační úlohy
12. Posloupnosti a finanční matematika - 16 hodin	
- vysvětlí posloupnost jako zvláštní případ	- pojem posloupnosti, definiční obor a obor hodnot, graf posloupnosti, vlastnosti

funkce; - určí posloupnost: vzorcem pro n-tý člen, výčtem prvků, graficky; - pozná aritmetickou posloupnost a určí její vlastnosti; - pozná geometrickou posloupnost a určí její vlastnosti; - užije poznatků o posloupnostech při řešení úloh v reálných situacích; - používá základní pojmy finanční matematiky: změny cen zboží, směna peněz, danění, úrok, úročení, jednoduché úrokování, spoření, úvěry, splátky úvěrů; - provádí výpočty jednoduchých finančních záležitostí: změny cen zboží, směna peněz, danění, úrok, jednoduché úrokování, spoření, úvěry, splátky úvěrů; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;	posloupností - aritmetická posloupnost - geometrická posloupnost - slovní úlohy - finanční matematika
13. Analytická geometrie - 20 hodin	
- zavede a používá soustavu souřadnic na přímce, v rovině; - určí vzdálenost dvou bodů a souřadnice středu úsečky; - užívá správně pojmy vektor a jeho umístění, souřadnice vektoru a velikost vektoru; - provádí operace s vektory (součet vektorů, násobek vektoru reálným číslem, skalární součin vektorů) a užije jejich grafickou interpretaci; - určí velikost úhlu dvou vektorů; - užije vlastnosti kolmých a kolineárních vektorů; - užije parametrické vyjádření přímky, obecnou rovnici přímky a směrnicový tvar rovnice přímky v rovině; - určí polohové a metrické vztahy bodů a přímek v rovině a aplikuje je v úlohách; - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací.	- souřadnice bodu a vektoru na přímce - střed úsečky, vzdálenost bodů na přímce - vektory v rovině - přímka v rovině

